Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа 28.02.2015.

VII РАЗРЕД

1. Израчунај

$$\sqrt{(x-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(7-x)^2} - (x-\sqrt{5}) \cdot (7-x)$$

за $x = 7 + -\sqrt{5}$.

2. Када се три последње цифре шестоцифреног броја a преместе на почетак, у истом поретку, добије се 6 пута већи број. Одреди број a.

3. Средња линија трапеза дели површину трапеза у односу $7:5$. Израчунај однос дужина основица тог трапеза.

4. Израчунај површину троугла $\triangle ABC$ ако су његова тежишна линија BM и симетрала угла AL $(L \in BC)$ узајамно нормалне и при томе је $AL = k$ и $BM = m$.

5. Одреди вредности природних бројева x и y тако да је

$$2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \ldots \cdot 2^7 = x^y.$$

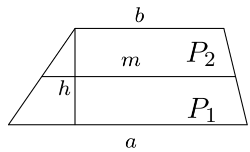
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

РЕШЕЊА

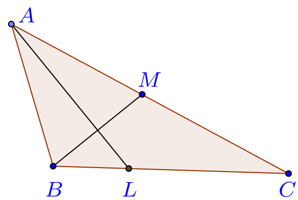
1. $7+6\sqrt{5}$.

2. Треба решити ребус $ABCDEF\cdot 6 = DEFABC$. Означимо број ABC са x а број DEF са y. Тада је $6\cdot(1000x+y)=1000y+x$. Сређивањем добијамо $5999x = 994y$ па дељење обе стране са 7 добијамо $857x = 124y$. Како су 857 и 124 узајамно прости бројеви са по три цифре, то је једино решење $y = 857$ и $x = 124$. Тражени број је 124857.

3. Како је $P_1 : P_2 = 7 : 5$, и $m = \frac{a+b}{2}$, то је $(\frac{a+m}{2}\cdot\frac{h}{2}) : (\frac{b+m}{2}\cdot\frac{h}{2}) = 7 : 5$. Сређивањем добијамо $(3a+b) : (a+3b) = 7 : 5$ одакле је $a : b = 2 : 1$.



4. У троуглу $\triangle ABC$ је симетрала угла A нормална на наспрамну страницу па је тај троугао једнакокраки, $AB = AM (= MC)$. Четвороугао $ABML$ је са нормалним дијагоналама па је његова површина $P_{ABMSL} = \frac{1}{2}km$. Троугао ABL је подударан троуглу AML (СУС), па је $P_{ABL} = P_{AML} = \frac{1}{4}km$. С обзиром да је $AM = MC$, то је $P_{AML} = P_{CML}$ и $P_{ABC} = \frac{3}{4}km$.



5. $2\cdot 2^2\cdot 2^3\cdot\ldots\cdot 2^7 = 2^{1+2+3+\ldots+7} = 2^{28}$. Како је $28 = 1\cdot 28 = 2\cdot 14 = 4\cdot 7$, то су тражена решења дата у табели.

x	2	2^2	2^4	2^7	2^{14}	2^{28}
y	28	14	7	4	2	1