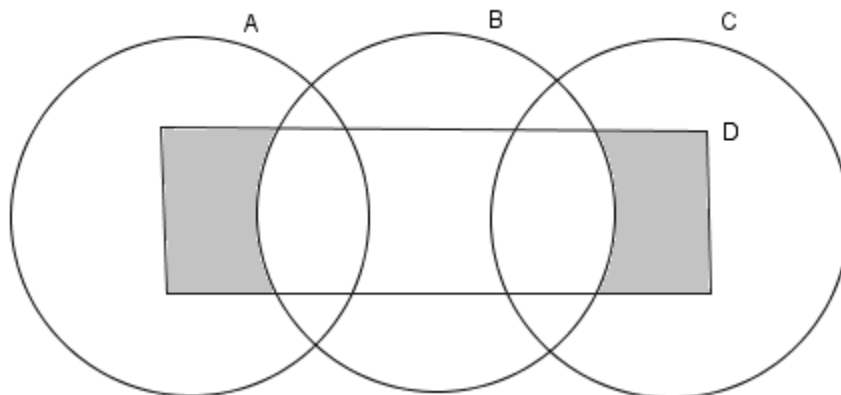


Skupovi

Zadaci

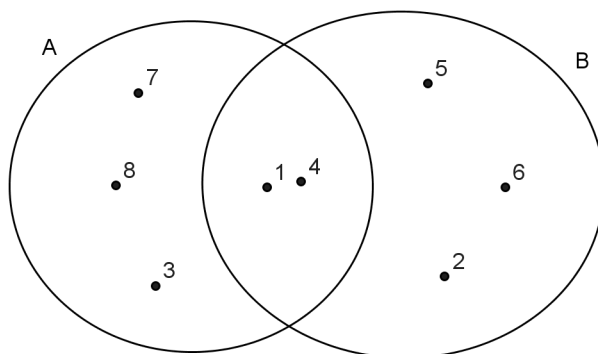
1. Odredi skup X ako je $\{1, 2, 3\} \cap X = \{2, 3\}$ i $X \subset \{2, 3, 4, 5\}$. Naći sva rešenja!
2. Dati su skupovi $A = \{x \mid x \in \mathcal{N} \text{ i } x < 7\}$, $B = \{x \mid x \in \mathcal{N} \text{ i } 5 < x < 6\}$ i $C = \{x \mid x \in \mathcal{N} \text{ i } 5 < x < 8\}$. Odredi $(B \cap C) \setminus A$.
3. Neka je $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Postoje li takvi skupovi A i B za koje važi $A \cup B = C$, $A \cap B = \emptyset$ i zbir svih elemenata skupa A je jednak zbiru svih elemenata skupa B ?
4. Neka je P skup svih parnih prirodnih brojeva, a L skup svih neparnih prirodnih brojeva. Odrediti:
 $P \cap L$, $P \cap \mathcal{N}$, $L \cap \mathcal{N}$, $P \cup \mathcal{N}_0$, $P \cap \{x \mid x \in \mathcal{N} \wedge x > 7\}$, $(\mathcal{N} \cap \mathcal{N}_0) \setminus P$.
5. Na slici je Venov dijagram skupova A , B , C i D . Odrediti koji skup predstavlja osenčeni deo ovog dijagrama.



6. Odrediti prirodan broj x , tako da bude $A \subset (B \cup C)$ i da je $A = \{1, 2, x\}$, $B = \{1, 4, 5, 6\}$ i $C = \{2, 5, 6\}$.
7. Neka je dat skup $A = \{4, 8, 48\}$. Odrediti troelementni skup B , takav da je $A \setminus B = \{4\}$ i $56 \in B$.
8. Koliki je zbir svih elemenata skupa $A = \{x \mid x \in \mathcal{N}_0 \text{ i } 5 < x + 3 \leq 103\}$?
9. Odrediti skupove A i B ako je $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \setminus B = \{1, 3, 6\}$ i $A \cap B = \{2\}$, a zatim odredi elemente partitivnog skupa $\mathcal{P}(A)$.

10. Odrediti elemente skupova A, B i C ako je $A \cup B \cup C = \{x \mid x \in \mathcal{N}, x < 9\}$, $A \cap B \cap C = \{1, 5\}$, $C \setminus (A \cup B) = \{2, 4\}$, $A \cap (C \setminus B) = \emptyset$ i $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$.
11. Na osnovu Venovog dijagrama odrediti da li je za skupove A i B tačna sledeća skupovna jednakost:

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$



12. Da li vrednost izraza

$$(20132013 : 33) : 61 - 20132013 : 2013 + 20132013 : 671$$

pripada skupu $A = \{a \mid a \in \mathcal{N} \text{ i } 5666 < a < 6555\}$?

13. Komplement skupa A u odnosu na B sadrži sve parne jednocifrene brojeve, a komplement skupa B u odnosu na C sve dvocifrene prirodne brojeve. Ako su elementi skupa C svi prirodni brojevi manji od 100 i ako je $A \subset B \subset C$ odredi elemente skupa A i skupa B .
14. Dati su skupovi $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ i $B = \{x \mid x \in \mathcal{N} \text{ i } 2 < x + 1 \leq 7\}$. Odrediti skup X , takav da je $X \subset B$, $n(X \cap A \cap B) = 1$ i $n(X) = 3$.
15. Dva skupa sadrže po 4024 elemenata, i da njihova unija sadrži 6036 elemenata. Da li, i koliko, ova dva skupa imaju zajedničkih elemenata?
16. Od 70 učenika petog razreda njih 27 su članovi dramske sekcije, 32 pevaju u horu a 22 su sportisti. U dramskoj sekciji ima 16 članova hora, u horu ima 6 sportista, u dramskoj ima 8 sportista. Trojica sportista posećuju i hor i dramsku sekciju.
- Koliko učenika nije ni u jednoj sekciji?
 - Koliko njih su samo sportisti?
17. Sportisti su na olimpijadi osvojili ukupno 46 medalja. Od toga su 35 srebrne i bronzane, a 27 zlatne i srebrne. Koliko kojih medalja je osvojeno?

18. Na izlet je krenulo 60 učenika od kojih $\frac{2}{3}$ pije Koka kolu, a $\frac{3}{4}$ pije sok. Koliko učenika pije i Koka kolu i sok?
19. U školi matematike „Matematički forum” ima 42 polaznika u petom razredu i većina od njih zna bar jednu od misaonih igara šah i „go”. Poznato je da 32 učenika zna da igra šah, da 10 učenika zna i jednu i drugu igru, i da samo jednu igru zna 28 učenika. Koliko polaznika ove škole ne zna ni jednu od ove dve igre, a koliko ih zna samo „go”?
20. Na Jovanovom rođendanu gosti su se služili picom, jagnjetinom ili ribom. Picu je jelo 12 gostiju, jagnjetinu 18 a ribu 9. Picu i jagnjetinu jela su 4 gosta, jagnjetinu i ribu samo 1, a picu i ribu 3. Sva tri jela degustirao je samo Jovanov drug Badža. Ako se zna da je svako probao neko od ovih jela, koliko je gostiju bilo kod Jovana na rođendanu, a koliko ih je probalo samo po jedno jelo?

Rešenja

- Zbog prvog uslova mora biti $X \supset \{2, 3\}$ što sa drugim uslovom daje kombinacije: $\{2, 3\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 4, 5\}$.
- $B = \emptyset \Rightarrow (B \cap C) \setminus A = (\emptyset \cap C) \setminus A = \emptyset \setminus A = \emptyset$.
- $1 + 2 + \dots + 10 = 55$. Kako je 55 neparan broj, to **polovina** ovog zbira ne može biti prirodan broj, pa skupovi A i B ne postoje.
- $P \cap L = \emptyset, P \cap \mathcal{N} = P, L \cap \mathcal{N} = L, P \cup \mathcal{N}_0 = \mathcal{N}_0$,
 $P \cap \{x \mid x \in \mathcal{N} \wedge x > 7\} = \{8, 10, 12, 14, \dots\}$,
 $(\mathcal{N} \cap \mathcal{N}_0) \setminus P = \{0, 1, 3, 5, 7, \dots\}$.
- $(D \cap (A \setminus B)) \cup (D \cap (C \setminus B))$.
- $B \cup C = \{1, 2, 4, 5, 6\} \Rightarrow x \in \{4, 5, 6\}$.
- $B = \{8, 48, 56\}$.
- $5 < x + 3 \leq 103 \Rightarrow 2 < x \leq 100 \Rightarrow A = \{3, 4, 5, \dots, 98, 99, 100\}$.

Sabiranje velikog broja uzastopnih brojeva se najefikasnije izvodi tako što se saberu prvi i poslednji, drugi i pretposlednji, treći s početka i treći s kraja itd. Znači:

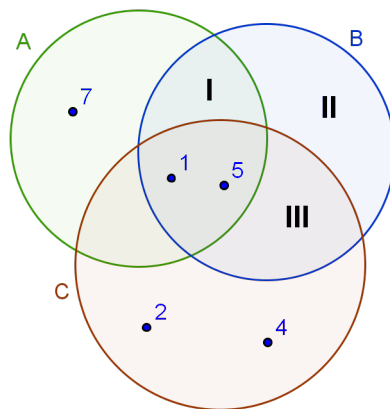
$3 + 4 + 5 + \dots + 98 + 99 + 100 = (3 + 100) + (4 + 99) + (5 + 98) + \dots + (51 + 52) = 103 + 103 + 103 + \dots + 103$. Kako se ovde broj 103 pojavljuje 49 puta kao sabirak, traženi zbir je $49 \cdot 103 = 5047$.

9. $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 4, 5\}$.

Partitivni skup datog skupa je skup svih podskupova tog skupa.

$$\mathcal{P}(A) = \{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{6\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 6\}, \{2, 3\}, \{2, 6\}, \{3, 6\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 3, 6\}, \{2, 3, 6\}, \{1, 2, 3, 6\}, \}$$

10. Na osnovu datih podataka, na Venovom dijagramu se može jednoznačno utvrditi mesto elemenata 1, 2, 4, 5 i 7, dok se preostali elementi 3, 6 i 8 mogu na slici proizvoljno rasporediti u bilo koju od oblasti *I*, *II* ili *III*.



Da bismo utvrdili šta sve mogu biti elementi skupa *A*, posmatramo šta se sve može naći u oblasti *I*, a to su svi podskupovi skupa $\{3, 6, 8\}$. Dakle postoji osam rešenja za skup *A*:

$$\{1, 5, 7\}, \{1, 5, 7, 3\}, \{1, 5, 7, 6\}, \{1, 5, 7, 8\}, \\ \{1, 5, 7, 3, 6\}, \{1, 5, 7, 3, 8\}, \{1, 5, 7, 6, 8\}, \{1, 5, 7, 3, 6, 8\}.$$

Skup $B = \{1, 5, 3, 6, 8\}$ bez obzira na raspored elemenata 3, 6, 8 u oblastima *I*, *II*, *III*.

Slično kao za skup *A*, postoji osam rešenja za skup *C*:

$$\{1, 5, 2, 4\}, \{1, 5, 2, 4, 3\}, \{1, 5, 2, 4, 6\}, \{1, 5, 2, 4, 8\}, \\ \{1, 5, 2, 4, 3, 6\}, \{1, 5, 2, 4, 3, 8\}, \{1, 5, 2, 4, 6, 8\}, \{1, 5, 2, 4, 3, 6, 8\}.$$

11. $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{7, 8, 3\} \cup \{2, 5, 6\} = \{7, 8, 3, 2, 5, 6\}$.

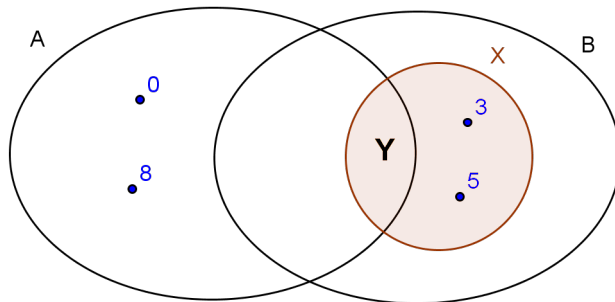
$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{7, 8, 3, 1, 4, 2, 5, 6\} \setminus \{1, 4\} = \{7, 8, 3, 2, 5, 6\}$$

Znači da data jednakost važi.

12. Vrednost izraza je 30003 pa ne pripada skupu *A* koji čine brojevi između 5666 i 6555.

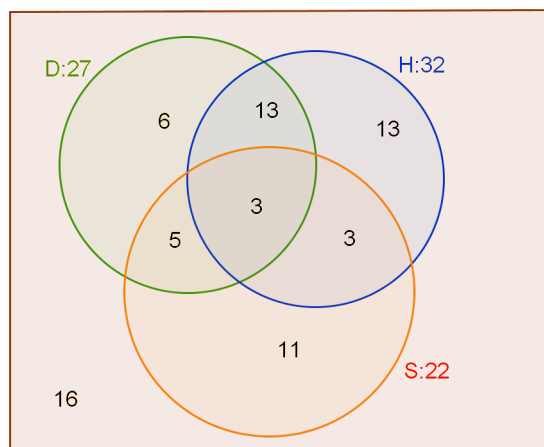
13. $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

14. $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ pa se na Venovom dijagramu može jednoznačno utvrditi mesto elemenata 0, 8, 3 i 5, dok se preostali elementi 2, 4 i 6 moraju rasporediti u preseku skupova *A* i *B* tako da samo jedan od njih bude u oblasti *Y* koja predstavlja skup $X \cap A \cap B$.

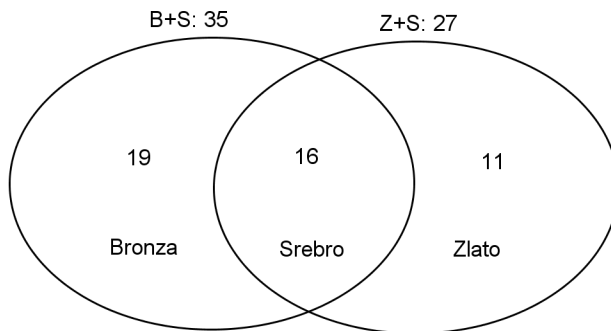


Znači $Y = \{2\}$, $Y = \{4\}$ ili $Y = \{6\}$ pa postoje tri rešenja za skup X :
 $X = \{3, 5, 2\}$, $X = \{3, 5, 4\}$ ili $X = \{3, 5, 6\}$.

15. Imaju $(4024 + 4024) - 6036 = 2012$ zajedničkih elemenata.
 16. a) U svim sekcijama ima ukupno 54 učenika, pa je van sekcija njih 16.
 b) Samo sportom se bavi 11 učenika.



17. Zlatnih 11, srebrnih 16 i bronzanih 19.



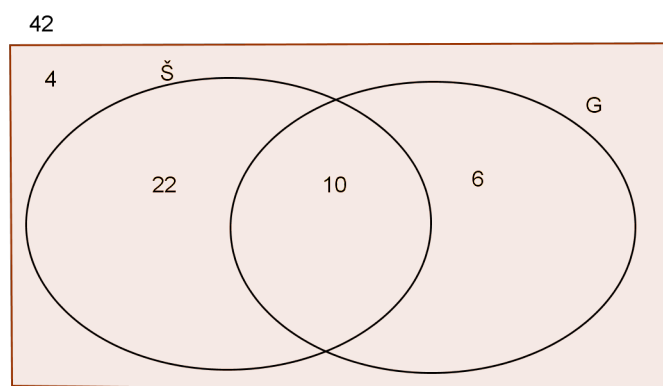
18. Pošto još uvek nije obrađeno množenje razlomaka, računamo kao učenici četvrtog razreda:

$$\frac{2}{3} \text{ od } 60 = (60 : 3) \cdot 2 = 40 \text{ učenika pije Koka kolu.}$$

$$\frac{3}{4} \text{ od } 60 = (60 : 4) \cdot 3 = 45 \text{ učenika pije sok.}$$

$$(40 + 45) - 60 = 25 \text{ učenika pije i Koka kolu i sok.}$$

19. Ni jednu od ove dve igre ne zna 4 učenika, a 6 učenika zna samo „go”.



20. Na rođendanu je bilo $6 + 3 + 14 + 2 + 1 + 6 = 32$ gosta. Samo po jedno jelo je probalo njih $6 + 14 + 6 = 26$.

